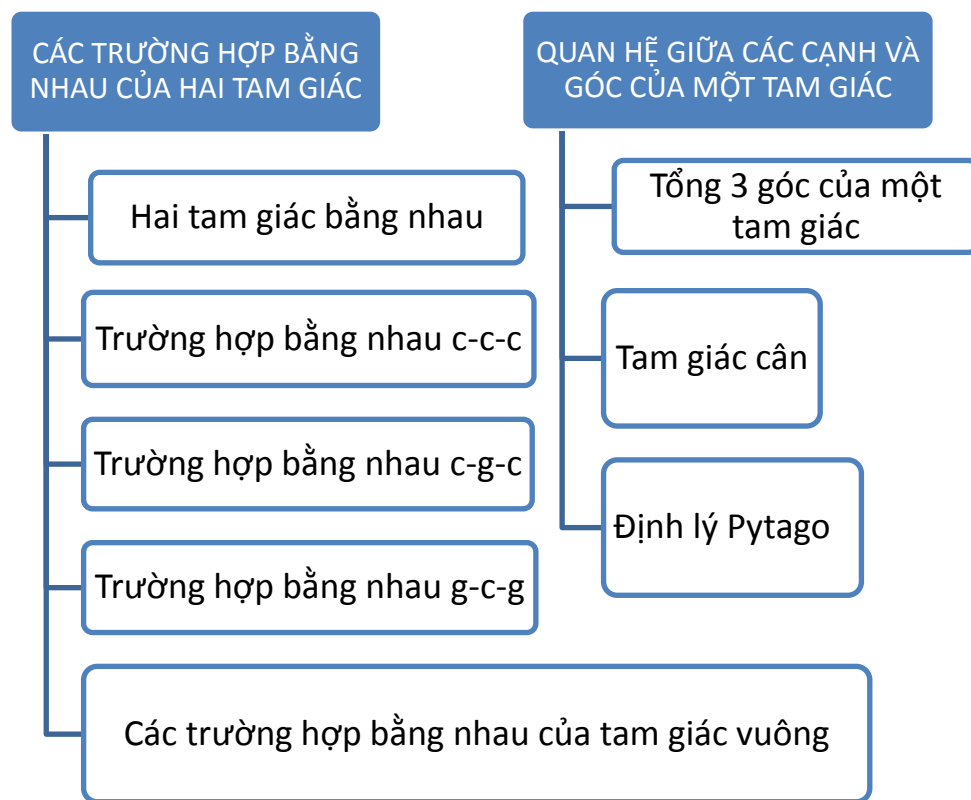
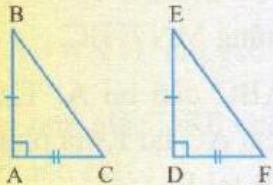
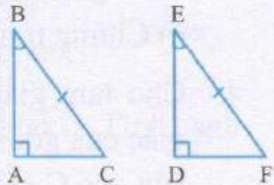
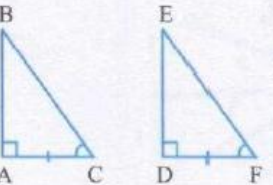
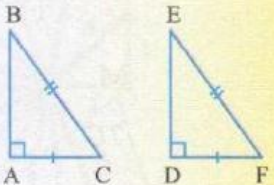


CHỦ ĐỀ: ÔN TẬP CHƯƠNG II – TAM GIÁC

A) LÝ THUYẾT



II.3. Các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông

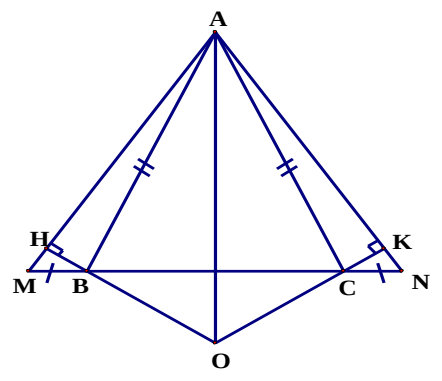
Các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông			
 cạnh – góc – cạnh	 cạnh huyền – góc nhọn	 góc – cạnh – góc	 cạnh huyền – cạnh góc vuông

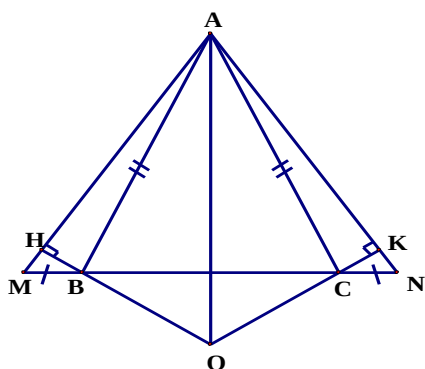
B) BÀI TẬP:

1) Bài tập áp dụng:

Bài 70 trang 141 SGK:

Giải:

a)	a) Tam giác AMN cân? <u>Cách 1:</u> Ta có $\widehat{ABC} + \widehat{ABM} = 180^\circ$ (kề bù) $\widehat{ACB} + \widehat{ACN} = 180^\circ$ (kề bù) Mà $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ (vì $\triangle ABC$ cân tại A) Nên $\widehat{ABM} = \widehat{ACN}$ Xét $\triangle ABM$ và $\triangle ACN$ ta có $AB = AC$ (vì $\triangle ABC$ cân tại A) $MB = NC$ (gt) $\widehat{ABM} = \widehat{ACN}$ (cmt) Do đó $\triangle ABM = \triangle ACN$ (cgc) $\Rightarrow AM = AN$ (cạnh tương ứng) $\Rightarrow \triangle AMN$ cân tại A	<u>Cách 2:</u> Ta có $MC = MB + BC$ $NB = NC + BC$ Mà $MB = NC$ (gt) Nên $MC = NB$ Xét $\triangle ACM$ và $\triangle ABN$ ta có $AC = AB$ (vì $\triangle ABC$ cân tại A) $MC = NB$ (gt) $\widehat{ACB} = \widehat{ABC}$ (vì $\triangle ABC$ cân tại A) Do đó $\triangle ACM = \triangle ABN$ (cgc) $\Rightarrow AM = AN$ (cạnh tương ứng) $\Rightarrow \triangle AMN$ cân tại A
		
b)	b) BH = CK? <u>Cách 1:</u> Xét $\triangle AHB$ vuông tại H và $\triangle AKC$ vuông tại K ta có $AB = AC$ (vì $\triangle ABC$ cân tại A) $\widehat{HAB} = \widehat{KAC}$ (vì $\triangle ABM = \triangle ACN$) Do đó $\triangle AHB = \triangle AKC$ (ch – gn) $\Rightarrow BH = CK$ (cạnh tương ứng)	<u>Cách 2:</u> Xét $\triangle MHB$ vuông tại H và $\triangle NKC$ vuông tại K ta có $MB = NC$ (gt) $\widehat{HMB} = \widehat{KNC}$ (vì $\triangle AMN$ cân tại A) Do đó $\triangle MHB = \triangle NKC$ (ch – gn) $\Rightarrow BH = CK$ (cạnh tương ứng)
c)	c) AH = AK? <u>Cách 1:</u> Vì $\triangle AHB = \triangle AKC$ (cmt) Nên $AH = AK$ (cạnh tương ứng)	<u>Cách 2:</u> Ta có $AM = AH + HM$ $AN = AK + KN$ Mà $AM = AN$ (cmt) Và $HM = KN$ ($\triangle MHB = \triangle NKC$) Nên $AH = AK$



d) **d) Tam giác OBC là tam giác gì? Vì sao?**

Cách 1:

Xét ΔAHO vuông tại H và ΔAKO vuông tại K ta có

AO chung

AH = AK (cmt)

Do đó $\Delta AHO = \Delta AKO$ (ch – cv)

$\Rightarrow OH = OK$ (cạnh tương ứng)

Ta có $OH = OB + BH$

$OK = OC + CK$

Mà $OH = OK$ (cmt)

Và $BH = CK$ (cmt)

Nên $OB = OC$

Suy ra ΔOBC cân tại O

Cách 2:

Ta có $\widehat{HBM} = \widehat{OBC}$ (đối đỉnh)

Và $\widehat{OCB} = \widehat{KCN}$ (đối đỉnh)

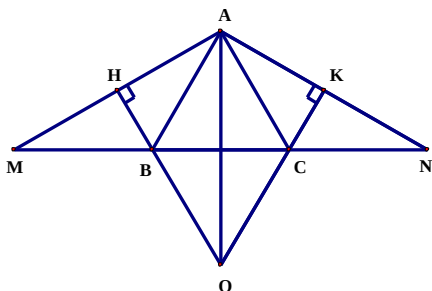
Mà $\widehat{HBM} = \widehat{KCN}$ (vì $\Delta MHB = \Delta NKC$)

Nên $\widehat{OBC} = \widehat{OCB}$

$\Rightarrow \Delta OBC$ cân tại O

e) **e) Khi $\widehat{BAC} = 60^\circ$ và $BM = CN = BC$, hãy tính số đo các góc của tam giác AMN và định dạng tam giác OBC?**

Tính số đo các góc của tam giác AMN?



Tam giác ABC cân tại A (gt) và $\widehat{BAC} = 60^\circ$ (gt)
nên ΔABC là tam giác đều

$\Rightarrow AB = AC = BC$

Mà $BM = CN = BC$ (gt)

Nên $AB = AC = BC = BM = CN$

Suy ra ΔABM cân tại B

Ta có $\widehat{ABC}$ là góc ngoài của ΔABM

Nên $\widehat{ABC} = \widehat{AMB} + \widehat{MAB}$

Mà $\widehat{AMB} = \widehat{MAB}$ (vì ΔABM cân tại B)

và $\widehat{ABC} = 60^\circ$ (gt)

Nên $\widehat{AMB} = \widehat{MAB} = \frac{\widehat{ABC}}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$

Ta có ΔAMN cân tại A (cmt)

Nên $\widehat{ANC} = \widehat{AMB} = 30^\circ$ hay $\widehat{AMN} = \widehat{ANM} = 30^\circ$

Và $\widehat{MAN} = 180^\circ - 2 \cdot \widehat{AMN} = 180^\circ - 2 \cdot 30^\circ = 120^\circ$

Định dạng tam giác OBC?

Ta có $\widehat{HMB} + \widehat{HBM} = 90^\circ$ (vì ΔHMB vuông tại H)

$\Rightarrow 30^\circ + \widehat{HBM} = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{HBM} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

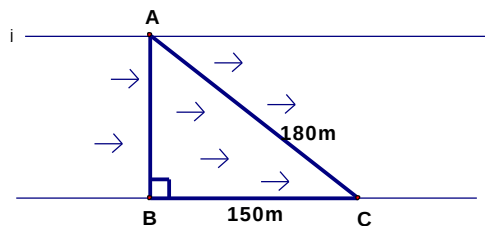
Ta có $\widehat{OBC} = \widehat{HBM} = 60^\circ$ (Đối đỉnh)

Tam giác OBC cân tại O (cmt) có $\widehat{OBC} = 60^\circ$ (cmt)

Nên ΔOBC là tam giác đều

2) Bài tập tự luyện:

Bài 1: Một chiếc thuyền muốn đưa khách từ điểm A sang điểm B ở bờ sông bên kia. Do ảnh hưởng của dòng nước chảy nên thuyền đã cập bến ở điểm C cách B 150m. Biết rằng thuyền đã đi từ A đến C hết 180m. Tính chiều rộng AB của con sông (làm tròn đến một chữ số thập phân).



GIẢI

$$\begin{aligned}\Delta ABC &\text{ vuông tại B (gt)} \\ \text{Nên } AC^2 &= AB^2 + BC^2 \text{ (Pytago)} \\ 180^2 &= AB^2 + 150^2 \\ 32400 &= AB^2 + 22500 \\ AB^2 &= 32400 - 22500 = 9900 \\ AB &= \sqrt{9900} \approx 99,5 \text{ (m)}\end{aligned}$$

Bài 2: Bạn Nam muốn đóng một khung trang trí hình tam giác vuông để gắn ở góc tường từ ba thanh gỗ lần lượt dài **24cm; 26cm và 10cm**. Hỏi nếu không dùng cửa để cửa ngăn các thanh gỗ, Nam có thể đóng được khung trang trí này không? Vì sao?

GIẢI

Ta có $26^2 = 676$
 $24^2 + 10^2 = 576 + 100 = 676$
Vì $26^2 = 24^2 + 10^2$ ($= 676$)
Nên 24cm; 26cm và 10cm là độ dài 3 cạnh của một tam giác (Pytago đảo)
Vậy nếu không dùng cửa để cửa ngăn các thanh gỗ, Nam có thể đóng được khung trang trí này

Bài 3: Cho $\triangle ABC$ cân tại A. Tia phân giác của góc A cắt BC tại D.

a) Chứng minh $\triangle ABD = \triangle ACD$.

b) Gọi E là trung điểm của AB. Trên tia đối của tia ED lấy M sao cho $ED = EM$.
Chứng minh: $MA = DC$.

c) Gọi F là trung điểm của CA. Trên tia đối của tia FD lấy N sao cho $FD = FN$.
Chứng minh: A, M, N thẳng hàng.

GIẢI

a) Chứng minh $\triangle ABD = \triangle ACD$?

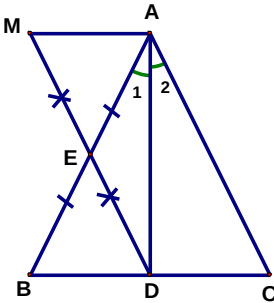
Xét $\triangle ABD$ và $\triangle ACD$ ta có:

$AB = AC$ ($\triangle ABC$ cân tại A)

AD: cạnh chung

$\widehat{BAD} = \widehat{CAD}$ (AD là tia phân giác của góc A)

Do đó $\triangle ABD = \triangle ACD$ (cgc)



b) Chứng minh $MA = DC$?

Xét $\triangle MAE$ và $\triangle DBE$ ta có

$AE = EB$ (vì E là trung điểm của AB)

$EM = ED$ (gt)

$\widehat{AEM} = \widehat{BED}$ (đối đỉnh)

Do đó $\triangle MAE = \triangle DBE$ (cgc)

Suy ra $MA = DB$ (cạnh tương ứng)

Mà $DB = DC$ (vì $\triangle ABD = \triangle ACD$)

Nên $MA = DC$

c) Chứng minh A, M, N thẳng hàng?

Xét $\triangle AFN$ và $\triangle CFD$ ta có

$AF = FC$ (vì F là trung điểm của CA)

$FN = FD$ (gt)

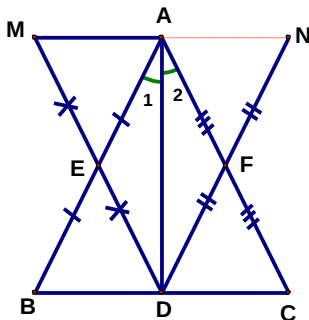
$\widehat{AFN} = \widehat{CFD}$ (đối đỉnh)

Do đó $\triangle AFN = \triangle CFD$ (cgc)

Suy ra $\widehat{FAN} = \widehat{FCD}$ (góc tương ứng)

Mà 2 góc này ở vị trí so le trong

Nên $AN \parallel BC$



Ta có $\widehat{AME} = \widehat{BDE}$ (vì $\triangle MAE = \triangle DBE$)

Mà 2 góc này ở vị trí so le trong

Nên $AM \parallel BC$

Mà $AN \parallel BC$ (cmt)

Nên A, M, N thẳng hàng (theo tiên đề Ô-clit)

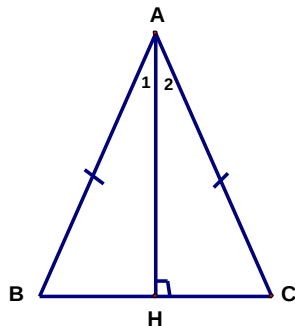
Bài 4: Cho $\triangle ABC$ cân tại A ($\hat{A} < 90^\circ$). Vẽ $AH \perp BC$ tại H.

a) Chứng minh $\triangle ABH = \triangle ACH$.

b) Chứng minh AH là tia phân giác của $\widehat{BAC}$.

c) Kẻ $HD \perp AB$ tại D, $HE \perp AC$ tại E. Chứng minh: $DE \parallel BC$.

d) Tia DH cắt AC tại N, tia EH cắt AB tại M. Tam giác AMN là tam giác gì? Vì sao?



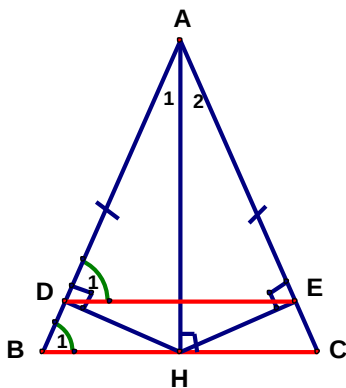
GIẢI

a) Chứng minh $\triangle ABH = \triangle ACH$?

Xét $\triangle ABH$ vuông tại H và $\triangle ACH$ vuông tại H ta có
 $AB = AC$ (vì $\triangle ABC$ cân tại A)
 AH là cạnh chung
 Do đó $\triangle ABH = \triangle ACH$ (ch – cv)

b) Chứng minh AH là tia phân giác của $\widehat{BAC}$?

Ta có $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ (vì $\triangle ABH = \triangle ACH$)
 Mà tia AH nằm giữa 2 tia AB và AC
 Nên AH là tia phân giác của $\widehat{BAC}$



c) Chứng minh $DE \parallel BC$?

Xét $\triangle ADH$ vuông tại D và $\triangle AEH$ vuông tại E ta có
 AH là cạnh chung
 $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ (cmt)
 Do đó $\triangle ADH = \triangle AEH$ (ch – gn)
 Suy ra $AD = AE$ (cạnh tương ứng)

$$\Rightarrow \triangle ADE \text{ cân tại A}$$

$$\Rightarrow \hat{D}_1 = \frac{180^\circ - \hat{A}}{2} \quad (1)$$

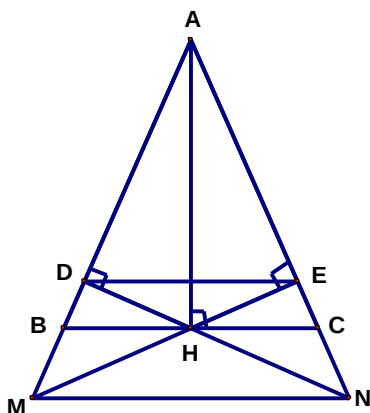
Ta có $\triangle ABC$ cân tại A (gt)

$$\text{Nên } \hat{B}_1 = \frac{180^\circ - \hat{A}}{2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có $\hat{D}_1 = \hat{B}_1$

Mà 2 góc này ở vị trí đồng vị

Nên $DE \parallel BC$



d) Tam giác AMN là tam giác gì? Vì sao?

Xét $\triangle AEM$ và $\triangle AND$ ta có
 $AE = AD$ (cmt)
 $\widehat{MAN}$: góc chung
 $\hat{E} = \hat{D} (= 90^\circ)$

Do đó $\triangle AEM = \triangle AND$ (g-c-g)

Suy ra $AM = AN$ (Cạnh tương ứng)

Suy ra $\triangle AMN$ cân tại A

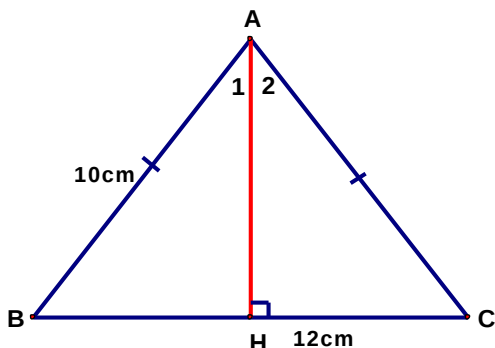
Bài 5: Cho $\triangle ABC$ cân tại A có $AB = AC = 10\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$. Kẻ $AH \perp BC$ tại H.

a) Chứng minh: $\triangle ABH = \triangle ACH$ suy ra AH là phân giác của góc A.

b) Tính AH.

c) Vẽ $Bx \perp AB$ và $Cy \perp AC$. Gọi M là giao điểm của Bx và Cy. Chứng minh: A, H, M thẳng hàng.

GIẢI



a) Chứng minh $\triangle ABH = \triangle ACH$ suy ra AH là phân giác của góc A?

Cách 1:

Xét $\triangle ABH$ vuông tại H và $\triangle ACH$ vuông tại H ta có

$AB = AC$ ($\triangle ABC$ cân tại A)

AH chung

Do đó $\triangle ABH = \triangle ACH$ (ch-cgv)

Suy ra $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ (góc tương ứng)

Mà tia AH nằm giữa 2 tia AB và AC

Nên AH là tia phân giác của góc A.

Cách 2:

Xét $\triangle ABH$ vuông tại H và $\triangle ACH$ vuông tại H ta có

$AB = AC$ ($\triangle ABC$ cân tại A)

$\hat{B} = \hat{C}$ ($\triangle ABC$ cân tại A)

Do đó $\triangle ABH = \triangle ACH$ (ch-gn)

Suy ra $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ (góc tương ứng)

Mà tia AH nằm giữa 2 tia AB và AC

Nên AH là tia phân giác của góc A.

b) Tính AH?

Ta có $BH = CH$ (vì $\triangle ABH = \triangle ACH$)

Và $BH + CH = BC$

$$\text{Nên } BH = CH = \frac{BC}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ (cm)}$$

Xét $\triangle ABH$ vuông tại H ta có

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 \text{ (Pytago)}$$

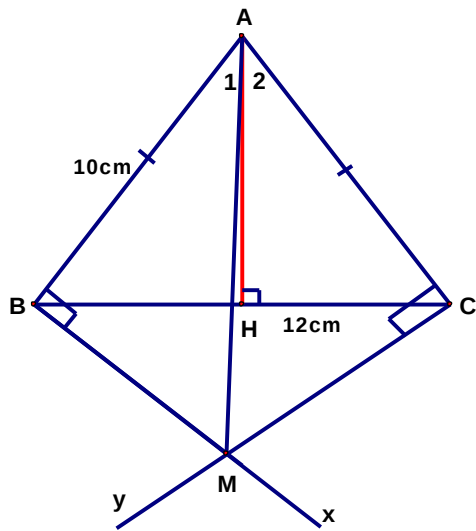
$$10^2 = AH^2 + 6^2$$

$$100 = AH^2 + 36$$

$$AH^2 = 100 - 36 = 64$$

$$AH = \sqrt{64}$$

$$AH = 8 \text{ (cm)}$$



c) Chứng minh 3 điểm A, H, M thẳng hàng?

Xét $\triangle ABM$ vuông tại B và $\triangle ACM$ vuông tại C ta có

AM chung

$AB = AC$ ($\triangle ABC$ cân tại A)

Do đó $\triangle ABM = \triangle ACM$ (ch-cgv)

Suy ra $\widehat{BAM} = \widehat{CAM}$ (góc tương ứng)

Mà tia AM nằm giữa 2 tia AB và AC

Nên AM là tia phân giác của góc A

Mà AH cũng là tia phân giác của góc A (cmt)

Nên A, H, M thẳng hàng.

Bài 6: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A ($AB < AC$). Lấy D trên cạnh BC sao cho $BD = AB$. Đường thẳng vuông góc với BC tại D cắt AC tại M, cắt tia BA ở N.

a) Chứng minh rằng: $\triangle ABM = \triangle DBM$.

b) Chứng minh rằng: $\triangle MCN$ cân.

c) Gọi K là trung điểm của đoạn thẳng CN. Chứng minh: B, M, K thẳng hàng.

GIẢI

a) Chứng minh rằng: $\triangle ABM = \triangle DBM$?

Xét $\triangle ABM$ vuông tại A và $\triangle DBM$ vuông tại D ta có

BM chung

$AB = BD$ (gt)

Do đó $\triangle ABM = \triangle DBM$ (ch-cgv)

b) Chứng minh rằng: $\triangle MCN$ cân?

Xét $\triangle ABC$ và $\triangle DBN$ ta có

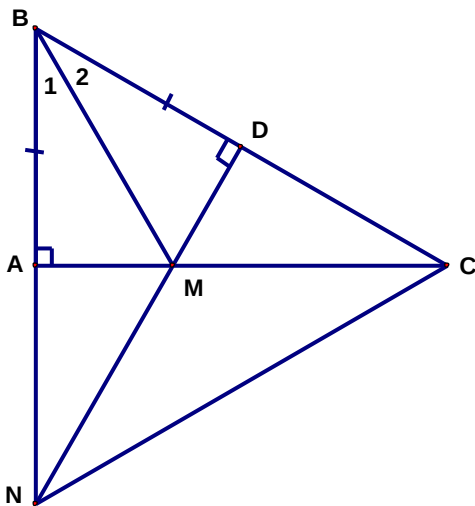
$\widehat{ABC}$ chung

$AB = BD$ (gt)

$\widehat{A} = \widehat{D} (= 90^\circ)$

Do đó $\triangle ABC = \triangle DBN$ (g-cg)

Suy ra $AC = DN$ (cạnh tương ứng)



Ta có $AC = AM + MC$

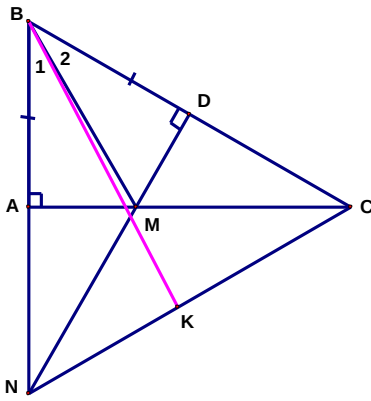
$DN = MD + MN$

Mà $AC = DN$ (cmt)

$AM = MD$ ($\triangle ABM = \triangle DBM$)

Nên $MC = MN$

Suy ra $\triangle MCN$ cân tại M.



c) Chứng minh rằng: ba điểm B, M, K thẳng hàng?

Xét $\triangle BNK$ và $\triangle BCK$ ta có

BK chung

$BN = BC$ ($\triangle DBN = \triangle ABC$)

$NK = CK$ (vì K là trung điểm của CN)

Do đó $\triangle BNK = \triangle BCK$ (ccc)

Suy ra $\hat{NBK} = \hat{CBK}$ (góc tương ứng)

Mà tia BK nằm giữa 2 tia BN và BC

Nên BK là tia phân giác của góc B

Ta có $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$ (vì $\triangle ABM = \triangle DBM$)

Mà tia BM nằm giữa 2 tia BN và BC

Nên BM là tia phân giác của góc B

Mà BK là tia phân giác của góc B (cmt)

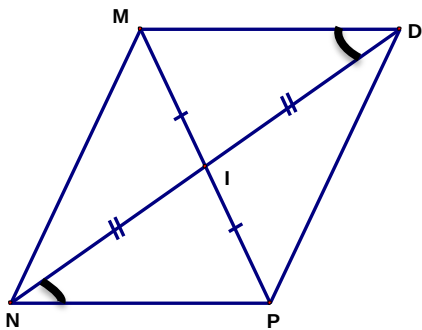
Nên ba điểm B, M, K thẳng hàng

Bài 7: Cho $\triangle MNP$ cân tại M. Gọi I là trung điểm MP. Trên tia đối của tia IN lấy D sao cho $ID = IN$.

a) Chứng minh $\triangle NIP = \triangle DIM$ và $NP \parallel MD$.

b) Vẽ IE vuông góc NP tại E. Tia EI cắt MD tại F. Chứng minh EF vuông góc MD và I là trung điểm của EF.

c) Trên cạnh MN lấy điểm K sao cho $MK = MI$. Chứng minh $KI \parallel MD$.



GIẢI

a) Chứng minh $\triangle NIP = \triangle DIM$ và $NP \parallel MD$?

Xét $\triangle NIP$ và $\triangle DIM$ ta có

$NI = ID$ (gt)

$IP = MI$ (vì I là trung điểm của MP)

$\hat{NIP} = \hat{DIM}$ (đối đỉnh)

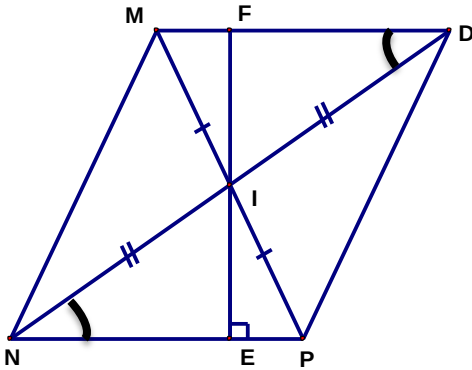
Do đó $\triangle NIP = \triangle DIM$ (cgc)

Suy ra $\hat{INP} = \hat{IDM}$ (góc tương ứng)

Mà hai góc này ở vị trí so le trong

Nên $NP \parallel MD$

b) Chứng minh EF vuông góc với MD và I là trung điểm của EF?



Ta có $EF \perp NP$ (vì $IE \perp NP$) hay (gt)

Mà $NP \parallel MD$ (cmt)

Nên **$EF \perp MD$**

Xét $\triangle INE$ vuông tại E và $\triangle IDF$ vuông tại F ta có

$IN = ID$ (gt)

$\widehat{INP} = \widehat{IDM}$ (cmt)

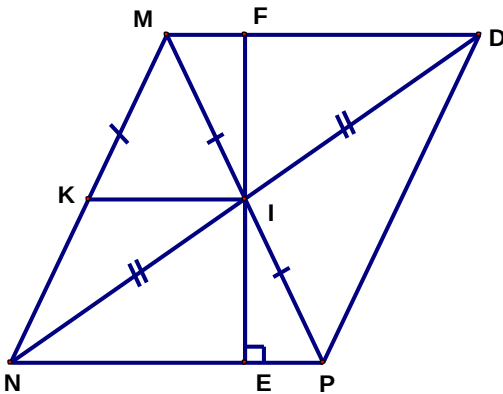
Do đó $\triangle INE = \triangle IDF$ (ch-gn)

Suy ra $IE = IF$ (cạnh tương ứng)

Mà I nằm giữa E và F

Nên **I là trung điểm của EF**

c) Chứng minh KI song song với MD?



Ta có $\triangle MNP$ cân tại M (gt)

$$\Rightarrow \widehat{MNP} = \frac{180^\circ - \widehat{M}}{2} \quad (1)$$

Ta có $\triangle MKI$ cân tại M ($MK = MI$)

$$\text{Nên } \widehat{MKI} = \frac{180^\circ - \widehat{M}}{2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có $\widehat{MNP} = \widehat{MKI}$

Mà 2 góc này ở vị trí đồng vị

Nên $KI \parallel NP$

Mà $NP \parallel MD$ (cmt)

Nên **$KI \parallel MD$**